

## スピンホール効果

紺谷 浩  
平島 大  
井上 順一郎

〈名古屋大学理学研究科 464-8602 名古屋市千種区不老町 e-mail: kon@slab.phys.nagoya-u.ac.jp〉

〈名古屋大学理学研究科 464-8602 名古屋市千種区不老町 e-mail: dai@slab.phys.nagoya-u.ac.jp〉

〈名古屋大学工学研究科 464-8603 名古屋市千種区不老町 e-mail: inoue@nuap.nagoya-u.ac.jp〉

金属中では外部磁場による正常ホール効果に加え、様々なホール効果が発現する。例えば強磁性金属では磁化に比例したホール電流が発生する「異常ホール効果」が、また常磁性金属では電流を伴わないスピンの流れが発生する「スピンホール効果」が観測される。これらの外部磁場を必要としないホール効果は、輸送現象における原理的問題として、またはスピントロニクスにおけるデバイス開発の観点から、近年ますます盛んに研究されている。本稿では、物質固有の値を示す内因性ホール効果に焦点を絞り、最近の理論の発展について解説する。特に遷移金属で、伝導電子が軌道角運動量に由来する一種の Aharonov-Bohm 位相を獲得する結果、巨大な内因性ホール効果が発現することを説明する。

### 1. はじめに

ホール効果とは、外部電場  $E_x$  と垂直方向に金属中に電子の流れが生じる現象である。我々に最もなじみの深いホール効果は、磁場  $B_z$  中においてローレンツ力によってホール電流  $J_y^c$  が生じる、正常ホール効果であろう<sup>1)</sup>。  $J_y^c$  と  $E_x$  との比はホール伝導度  $\sigma_{yx} = J_y^c/E_x$  を与え、また  $\sigma_{xx} = J_x^c/E_x$  は縦電気伝導度である。なお強磁場中では  $\sigma_{yx}$  が量子化される量子ホール効果が起きる。ホール効果は金属電子論の発展において、しばしば重要な役割を果たしてきた。

興味深いことに、外部磁場を必要としないホール効果も存在する。本稿で扱う、電子系の磁化に比例する「異常ホール効果」はその一例である。異常ホール効果は正常ホール効果の発見後まもなく、Fe, Co, Ni といった強磁性金属で発見された<sup>2, 3)</sup>。さらに磁性不純物を含む金属や、Ce, U 等を含む  $f$  電子をもつ金属化合物（重い電子系）において、磁場中で磁化に比例する異常ホール効果が観測される。異常ホール効果の理論研究は、1954年に Karpus と Luttinger (KL) によって端緒が開かれた<sup>4)</sup>。彼らの提示した機構は多バンド構造とスピン軌道相互作用に由来し、不純物散乱を必要としないことから内因性機構と呼ばれる。一方、不純物散乱を起源とする外因性機構は Smit や Berger によって研究され、スキュー散乱機構<sup>5)</sup> やサイドジャンプ機構<sup>6)</sup> の存在が示された。具体的な金属でどの機構が優勢であるかについて、現在も研究が続いている。

縦電気伝導度や正常ホール伝導度など一般の輸送現象は、電子が各バンドに拘束されたまま電場により加速されて生じる「バンド内輸送現象」である。その最も重要なパラメータは、電子の衝突から次の衝突までの平均時間、つまり緩和時間  $\tau$  である。ボルツマン方程式に基づく近似理論では、 $\sigma_{xx}$ 、 $\sigma_{xy}$  はそれぞれ  $\tau$ 、 $\tau^2$  に比例し、純良な結晶では発散的に増大する<sup>7, 8)</sup>。ところが KL が発見した内因性ホール効果は、電場により仮想的にバンド間励起された電子がもたらす「多バンド輸送現象」である。そのため異常ホール伝導度  $\sigma_{AH}$  は、不確定性原理が与えるバンド間励起の寿命  $\hbar/\Delta$  ( $\Delta$  はフェルミ準位近傍におけるバンド間のエネルギー差) に比例し、 $\tau$  に依存しない。つまり内因性ホール効

果の最大の特徴は、ホール伝導度が結晶の乱れや不純物にあまり依存せず、ほぼ物質固有の値を示すことにある。しかし 1954 年の KL の理論は万人が納得できる直感的説明に欠き、さらに具体的な模型に基づく定量的研究が長年なされなかったためか、外因性機構と比べて軽視された時代が続いた。

しかし 90 年代に入り、まず重い電子系における巨大な異常ホール効果が、重い電子系の有効模型である周期アンダーソン模型に基づく解析により、内因性機構として符号や絶対値が再現可能であることが示された<sup>9)</sup>。電流演算子は波数表示のハミルトニアン  $\hat{H}_k$  と電子の電荷  $e$  より  $\hat{J}_k^c = e \nabla_k \hat{H}_k$  で与えられるが、 $\hat{H}_k$  に含まれる  $f$  波動関数の位相因子の微分から電場に直交する「異常速度」が発現し、異常ホール効果を与えることが線形応答理論（中野・久保理論）に基づき厳密に示された。さらに 2000 年以降、第一原理計算によるバンド構造に基づき  $\text{Fe}^{10)}$  や  $\text{SrRuO}_3^{11)}$ 、Ni、 $\text{Co}^{12)}$  の内因性異常ホール効果が計算され、実験結果の定量的再現に成功した。今日では、内因性機構は多くの金属で重要な寄与を持つと考えられている。その一方で異常ホール効果の理解は、物質ごとのバンド構造の特徴を議論する「各論」にとどまっていたといえる。本稿では、 $d$  電子系における顕著な内因性ホール効果の起源が  $f$  電子系と同様、原子軌道の位相因子—つまり角運動量であることを示し、各種遷移金属の包括的理解を提示したい。

磁性金属における異常ホール効果と同様の機構が、常磁性金属においても働くことが予言されていた<sup>14, 15)</sup>。これが、外部磁場が印加されていない常磁性金属におけるホール効果—スピンホール効果である。スピンホール効果は、外部電場  $E_x$  の垂直方向に電荷の流れ（電流）を伴わないスピンの  $z$  成分の流れ（スピン流） $J_y^s = (\hbar/2e)(J_y^{\uparrow} - J_y^{\downarrow})$  が生じる現象であり、異常ホール効果と親戚の関係にある。このスピンホール効果は磁場を用いないスピン流生成機構として、スピントロニクスの観点からも近年注目を集めている<sup>16)</sup>。内因性スピンホール効果の理論的研究は、まず半導体を舞台に始まり、続いて単純金属、常磁性金属におけるスピンホール効果の実験的・理論的研究が活発となった。本稿では主に、近年理解が進んだ遷移金属における内因性ホー

ル効果—異常ホール効果およびスピンホール効果—の研究を紹介し、これらの統一的描像を提示したい。

## 2. 半導体におけるスピンホール効果

本章ではまず半導体における内因性機構のスピンホール効果について概説する。その起源はスピン軌道相互作用であるが、半導体では大別して、結晶格子の反転対称性の破れによる Dresselhaus 型スピン軌道相互作用<sup>17)</sup> と、構造反転対称性の破れによる Rashba 型スピン相互作用<sup>18, 19)</sup> がある。前者の典型物質は閃亜鉛鋅型半導体であり、後者の典型例は、MOS (金属 / 酸化物 / 半導体) 構造における 2 次元半導体 (2DEG) である。半導体の価電子帯は、原子内スピン軌道相互作用 (LS 結合) によりバンド分裂することが知られている。p 型半導体における Dresselhaus 型スピン軌道相互作用は、この LS 結合が大元である。

半導体におけるスピンホール効果の理論的研究は、Luttinger 模型に基づく村上・永長・Zhang<sup>20)</sup> の研究と、Rashba 型スピン軌道相互作用に基づく Sinova ら<sup>21)</sup> の研究を皮切りに、研究に火がついた。Luttinger 模型に基づく理論では、スピンホール効果の発現機構を、波数空間における有効磁場であるベリー曲率に帰着させる。この模型の解説は文献<sup>22)</sup> に詳しいので、ここでは 2DEG における Rashba 模型について解説する。

Rashba 模型のハミルトニアンは、

$$H = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \lambda_R (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k})_z \quad (1)$$

と与えられる。第 2 項が Rashba 型と呼ばれるスピン軌道相互作用であり、波数に比例するという特徴を有する。第 2 項が存在する結果、自由電子ガスのエネルギー分散関係は波数ベクトル  $\mathbf{k}$  と電子スピンの直交するようにスピン分裂する。Rashba 型スピン軌道相互作用においては、電子の運動方向と直交する方向に有効磁場が作用していると見なすことができる。Sinova ら<sup>21)</sup> は、このような Rashba 模型を用いて、バリスティック伝導領域でスピンホール伝導度が  $\lambda_R$  の大きさによらず  $e/8\pi$  という大きな値を取ることを示した。これは、バンドの分裂幅  $\Delta$  が  $\lambda_R$  に比例するため、 $\sigma_{SH} \sim \lambda_R \cdot (\hbar/\Delta)$  が定数となるためと理解される。

ここで、線形応答理論に基づく異常ホール伝導度  $\sigma_{AH}$  とスピンホール伝導度  $\sigma_{SH}$  の計算手法を紹介する：

$$\sigma_{xy}^{\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Im} K^{\alpha\beta}(\omega + i0) \Big|_{\omega=0}, \quad (2)$$

ただし  $\sigma_{AH} = \sigma_{xy}^{cc}$ 、 $\sigma_{SH} = \sigma_{xy}^{sc}$  である。 $K^{\alpha\beta}(\omega + i0)$  は、松原周波数  $i\omega_l = 2\pi i l T$  ( $l$  は整数) を変数とするカレント  $J_y^\alpha$ 、 $J_x^\beta$  ( $\alpha, \beta = c, s$ ;  $c$  は電流、 $s$  はスピン流を表す) の相関関数

$$K^{\alpha\beta}(i\omega_l) = \int_0^{1/T} \langle J_x^\alpha(\tau) J_y^\beta(0) \rangle e^{i\omega_l \tau} d\tau \quad (3)$$

を、虚軸上から実軸上に解析接続  $i\omega_l \rightarrow \omega + i0$  することで得られる。式 (2) や (3) は温度グリーン関数の手法を用いて計算できる。

内因性スピンホール効果が、有限の緩和時間を持つ拡散伝導領域においても、バリスティック伝導領域と同様に大きな寄与をもたらすことを確認するためには、電子散乱の効果を含める必要がある。拡散伝導領域においては、電流保存則を満たすように理論を構築する必要がある。井上ら<sup>23)</sup> は、不純物の電子散乱効果によるバーテックス補正をワード恒等式に基づいて計算した結果、バリスティック伝導によるスピンホール伝導度を、バーテックス補正が完全に打ち消すことを示した。この解析は、内因性ホール効果におけるバーテックス補正の重要性を顕著に示したものである。その重要性は、Rashba 型スピン軌道相互作用を含む 2DEG を仮想的に磁化させた系における異常ホール伝導度が、拡散伝導領域でゼロとなることにも顕われる<sup>24, 25, 26)</sup>。ただし、この場合は、フェルミ準位の位置により結果が異なることに注意する必要がある。

なお (1) 式の模型では、電流演算子が Rashba 型スピン軌道相互作用に由来する  $J_{y(x)} = +(-)e\lambda_R \hbar \sigma_{x(y)}$  という波数に依存しない異常速度を含むため、バーテックス補正が重要であった。一方、Dresselhaus 型スピン軌道相互作用は、波数の 3 次に比例する項を含むため、Rashba 型模型のような打ち消し合いが生ぜず、スピンホール伝導度は有限の値を取ることが確認されている<sup>27, 28)</sup>。さらに、以下の章で紹介する、 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  や遷移金属の有効模型である  $t_{2g}$  軌道模型や 9 軌道強束縛模型では、局所的な不純物ポテンシャルによるバーテックス補正は非常に小さいことが確認されている。

緩和時間が有限の拡散伝導領域と、無限のバリスティック伝導領域でのスピンホール効果はどのように繋がるのだろうか。上記の説明では、スピンホール伝導度は前者ではゼロ、後者では定数となっているので、このままではうまく繋がらない。これを議論するために、振動数に依存するスピンホール伝導度を求めると

$$\sigma_{SH} = \frac{e}{8\pi} \frac{(\tau\omega)^2}{1 + (\tau\omega)^2}$$

となる。<sup>23, 29)</sup> 緩和時間  $\tau$  を有限のまま  $\omega \rightarrow 0$  とすると、 $\sigma_{SH} = 0$ 、逆に  $\omega$  を有限として  $\tau \rightarrow \infty$  とすると、 $\sigma_{SH} = e/8\pi$  が再現される。半導体におけるスピンホール効果の実験は主に 2 グループで行われているが、その詳細については文献<sup>30, 31, 22)</sup> を参照していただきたい。

また Rashba 模型のスピンホール伝導度は、超伝導状態ではフェルミ準位上の準粒子の寄与がなくなり、Fermi sea の構成電子からの寄与のみになるため、 $\lambda_R$  が超伝導ギャップより十分大きければ絶対零度で  $e/8\pi$  になる。<sup>32)</sup> 超伝導状態のスピンホール伝導度は、電場の代わりに熱勾配を利用

した熱スピンホール効果を測定することで、原理上観測可能である。

### 3. 遷移金属におけるスピンホール効果

2006年以降、5d遷移金属であるPtにおけるスピンホール伝導度がPt/Ni-Fe接合<sup>33)</sup>や強磁性/非磁性複合構造<sup>34)</sup>において測定され、n型半導体の $10^4$ 倍にも達することが明らかになり、遷移金属における研究が急務となった。遷移金属にはd軌道の自由度という、真空中の電子が持たない自由度が存在する。我々はまず、4d遷移金属化合物である $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ のスピンホール伝導度を理論的に解析し、軌道自由度とLS結合によって、Pt並みに巨大なスピンホール効果の発現が期待できることを示した<sup>35)</sup>。その後、第一原理計算<sup>36)</sup>や有効強結合模型<sup>37)</sup>に基づく理論計算により、Ptのスピンホール効果が内因性として理解できることが分かった。さらに文献<sup>38)</sup>において4d,5d金属におけるスピンホール効果の網羅的研究が実施され、(i)軌道自由度を有する遷移金属(化合物)では、特殊なバンド構造に依らずとも巨大なスピンホール効果が期待できること、(ii)スピンホール伝導度の符号や絶対値を与える簡単な規則が存在することが明らかになり、さらに(iii)スピンおよび異常ホール効果の総合的理解が可能になった。本章では、遷移金属のスピンホール効果に関する理論研究について、順を追って解説したい。

#### 3.1. $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ 、および軌道 Aharonov-Bohm 効果

軌道自由度の役割を考える上で我々がもっとも単純だと考える、2次元正方格子上の $t_{2g}$ 軌道強束縛模型を考察する。この模型はp波超伝導体 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ の有効模型であり、各格子点にRuの3軌道— $xz$ 軌道、 $yz$ 軌道、 $xy$ 軌道—が存在する。そのうち $xz$ 軌道と $yz$ 軌道を図1(a)に示す。 $t = 0.2\text{eV}$ 、 $t' = 0.1t$ はhopping integralである。 $xz, yz$ 軌道に関する運動項ハミルトニアンは、

$$\hat{H}_K(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} \xi(k_x) & g(\mathbf{k}) \\ g(\mathbf{k}) & \xi(k_y) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

である。ただし第1、第2行(列)はそれぞれ $|xz\rangle$ 、 $|yz\rangle$ に対応し、 $\xi(k_{x(y)}) = -2t \cos k_{x(y)}$ 、 $g(\mathbf{k}) = -4t' \sin k_x \sin k_y$ である。さらにRuサイトにおけるスピン・軌道相互作用(LS結合項) $\hat{H}_{LS} = \lambda \sum_i \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s}_i$ によって、さらに軌道間の混成が起きる。この物質の $\lambda$ の値はおよそ $0.4t (= 0.08\text{eV})$ である<sup>39)</sup>。図1(b)に $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ のフェルミ面を示す。 $\alpha, \beta$ は $xz, yz$ 軌道から成り、 $\gamma$ は $xy$ 軌道から成る。図の陰の部分3つのバンドが密集し、バンド間エネルギー差が $\Delta \approx 0.5t$ と小さいことから、内因性ホール効果への寄与が大きい。

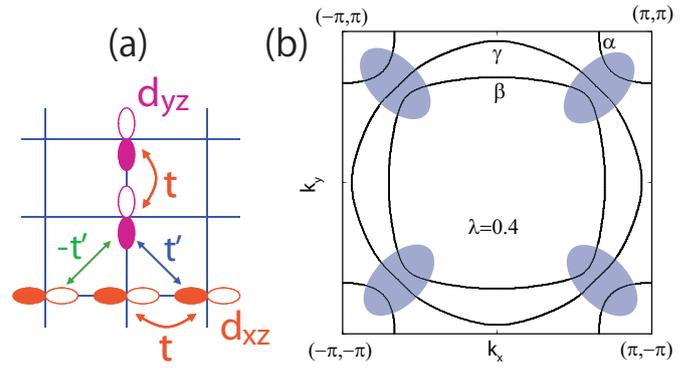


図1 (a) $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ の有効模型である、正方格子 $t_{2g}$ 軌道強束縛模型。(b) $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ のフェルミ面。 $\alpha, \beta$ は主に $xz, yz$ 軌道から成り、 $\gamma$ は主に $xy$ 軌道から成る。ホール効果に寄与するバンドが密集した箇所を、楕円の陰で記した。

強束縛模型が与えられれば、スピンホール伝導度 $\sigma_{SH}$ は線形応答理論に基づき一意に計算可能である。その結果、 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ の $\text{RuO}_4$ 一層あたりのスピンホール伝導度は、ほぼ $-e/2\pi$ である。 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ の面間距離は $6\text{\AA}$ ゆえ、 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ のスピンホール伝導度は約 $-670 \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ となり、その絶対値はPtにおける実験値 $240 \sim 400 \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ より大きい。

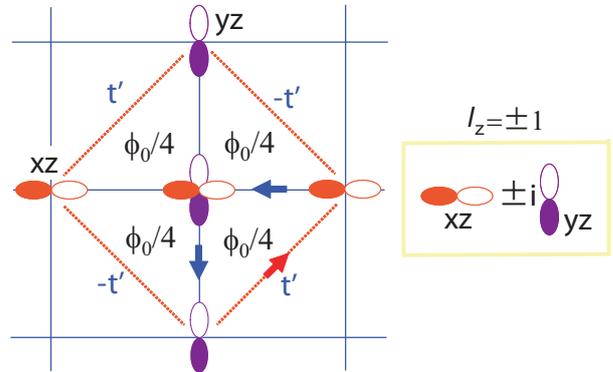


図2  $\downarrow$ スピン電子に対する、軌道由来の有効磁束。電子がスピン軌道相互作用によって $xz$ 軌道から $yz$ 軌道へと「乗り移る」とき、実効的AB位相因子 $i$ を獲得する。なお $\uparrow$ スピン電子の有効磁束は、逆向きになる。

ここで、「実空間表示」に基づく内因性ホール効果の直感的説明を紹介し、原子軌道の自由度からホール効果の原因となる有効磁場が出現する「軌道 Aharonov-Bohm 効果」について説明しよう<sup>57)</sup>。図2の矢印で示したような、 $t_{2g}$ 模型のユニットセルの半分の面積を囲む経路を、 $\downarrow$ スピン電子が運動する場合を考える。簡単のため $xy$ 軌道を見捨てる、また各サイトの平均電子数は1以下とする。スピン軌道相互作用 $\lambda \cdot \mathbf{s}$ より、 $\downarrow$ 電子の軌道波動関数は $|l_z = +1\rangle = |xz\rangle + i|yz\rangle$ となる。このとき図の経路を一周すると、 $\downarrow$ スピン電子は軌道の位相差に由来するベリー位相因子 $i$ を獲得する。つまり、 $xz$ 軌道と $yz$ 軌道の位相差 $\pi$ がそのまま電子のベリー位相になり、

さらに経路を反転するとベリー位相も反転する。このベリー位相は、経路中を貫ぬく仮想磁束  $\Phi = \phi_0/4(\phi_0 = hc/e$  は磁束単位) による Aharonov-Bohm(AB) 位相と類似しており、電子は有効磁場を感じて外部電場と垂直方向にドリフト運動する。↑電子の場合、軌道波動関数は  $|l_z = -1\rangle = |xz\rangle - i|yz\rangle$  ゆえ、仮想磁束による AB 位相因子は  $-i$  である。つまり有効磁場の向きはスピンに依存するため、電場と垂直方向に電流を伴わないスピン流が流れる。これが、遷移金属化合物における内因性スピンホール効果の発現機構である。なお強磁性状態では、↑スピン電子と↓スピン電子の数が異なるため電場と垂直方向にスピン偏極した電流が流れ、異常ホール効果が発現する。

### 3.2. 4d, 5d 遷移金属

前節で、 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$  では Ru イオンの  $t_{2g}$  の軌道自由度に由来する軌道 AB 効果によって、大きな内因性ホール効果が発現することを見た。この結果は、軌道自由度を有する一般の 4d,5d 遷移金属でも、軌道 AB 効果による大きなスピンホール効果が発現することを示唆する。遷移金属における内因性ホール効果に関するより深い理解を得るため、我々は Pt を含む 12 種類の 4d,5d 遷移金属と、Au, Ag のスピンホール効果を網羅的に調べたので、その紹介を行う<sup>38)</sup>。計算において我々は、Papaconstantopoulos 達によって提唱された Naval Research Laboratory tight-binding (NRL-TB) 模型を用いた<sup>40)</sup>。この模型は full potential LDA による第一原理計算の結果をおよそ数 100K の精度で再現した 9 軌道 (s+p+d) 強結合模型であり、異なるサイトの原子軌道の重なり積分を考慮した非直交基底を採用している。また、LS 結合定数  $\lambda$  の値は第一原理計算に基づく計算値<sup>41)</sup>を用いた。例えば Pt, Pd の  $\lambda$  はそれぞれ 41meV, 18meV である。

式 (2) に基づくスピンホール伝導度の計算結果を図 3 に示す<sup>38)</sup>。横軸は  $n = n_s + n_p + n_d$  であり、全ての金属で  $n_s + n_p \approx 1$  ゆえ、d 電子数はほぼ  $n - 1$  である。つまり Au, Ag を除く「遷移金属」では d 軌道は開殻であり、フェルミ準位上の状態密度はほぼ d 電子が占める。図 3 を眺めると、まず遷移金属の伝導度が (Ir を除き)  $n$  の関数としてほぼ滑らかにつながることに気がつく。一方で、各金属で結晶構造が異なり ( $n = 5, 6$  は体心立方構造、 $n = 7, 8$  は六方最密充填構造、 $n = 9 \sim 11$  は面心立方構造をとる)、従ってバンド構造も異なる。図 3 の結果は、遷移金属のスピンホール効果の「大域的振舞い」が単純に  $n$  だけに依存し、バンド構造の特殊性 (たとえばフェルミ準位上における偶然縮退) は必ずしも本質ではないことを示唆している。

次にスピンホール伝導度の符号について、軌道 AB 効果の観点から考察しよう。図 2 とは逆に、サイトあたりのホー

ル数が 1 以下の場合を考えると、パウリの排他律より最高準位を占める ↓ 電子の軌道状態は  $l_z = -1$  であるため、軌道 AB 位相の符号は図 2 と逆になる。つまり電子数を増やすにつれて有効磁場の向きが逆転し、従ってスピンホール伝導度の符号も逆転するはずである。実際、図 3 では d 軌道の half-filling に相当する  $n = 6$  を少し超えるとスピンホール伝導度が符号を変えている。なお最近大谷グループによって、Pt に加えて Pd, Nd, Mo, Ta におけるスピンホール伝導度が測定され、符号や絶対値が半定量的に理論的予言と符合する結果が得られている<sup>42)</sup>。ゆえに遷移金属のスピンホール効果は、軌道 AB 効果を起源とする内因性ホール効果であると結論される。

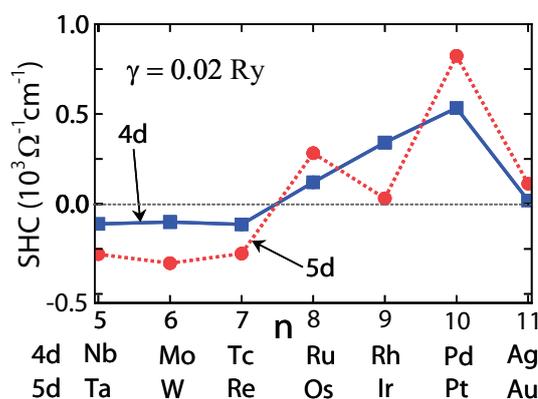


図 3 NRL-TB 模型に基づくスピンホール伝導度の計算結果<sup>38)</sup>。ただし、 $\gamma = \hbar/2\tau$  を 0.02 Ry とおいた。

### 3.3. グラフェン

軌道の自由度を取り入れたスピンホール伝導度の計算は、グラファイトの単層であるグラフェンに対しても行なわれた。グラフェンでは、 $p_z$  軌道が  $\pi$  バンドを構成し、フェルミ準位において電子は、有効質量ゼロのいわゆる Dirac フェルミオンに変貌する。他方、 $s, p_x, p_y$  軌道は  $\sigma$  バンドを構成し、フェルミ準位近傍で大きなバンドギャップを形成する。前者を無視すると、グラフェンの電子状態は半導体の 2 次元版とも言える。

この模型に LS 結合を導入すると、スピンホール伝導度が計算できる。<sup>43)</sup> このとき  $\pi$  バンドのフェルミ準位にはバンドギャップが現れ、undoped のグラフェンでは後述の量子スピンホール効果が (理論上) 発現する。また  $\sigma$  バンド「価電子帯」上端はスピン軌道相互作用により縮退が取れ、電子ドープにより大きなスピンホール伝導度が期待される。軌道模型におけるスピンホール効果は、上述した有効的 AB 効果 (軌道間の電子の飛び移りと LS 結合による位相) として理解できる<sup>44)</sup>。このことは、 $p$  型半導体におけるスピ

ンホール効果も、軌道の自由度と LS 結合を取り入れた模型で説明が可能となることを示していよう。

#### 4. 異常ホール効果

前章の説明より、遷移金属の内因性スピンホール効果は複素軌道関数の軌道間の位相差（軌道 AB 位相）に由来し、その符号や絶対値はスピン・軌道偏極に比例することが分かった。それでは、異常ホール伝導度の符号や絶対値はどのように決まるのだろうか？図 2 に示すように、軌道 AB 位相は主に LS 結合の  $z$  成分  $\lambda_L s_z$  から生じる。LS 結合の  $z$  成分はスピンを保存することから、強磁性状態におけるホール伝導度は近似的に  $\uparrow$  電子の寄与  $\sigma_{SH}^\uparrow$  と  $\downarrow$  電子の寄与  $\sigma_{SH}^\downarrow$  とに分解可能と考えられる<sup>45)</sup>：

$$\sigma_{SH} \approx \sigma_{SH}^\uparrow + \sigma_{SH}^\downarrow \quad (5)$$

$$\sigma_{AH} \approx \frac{2e}{\hbar} (\sigma_{SH}^\uparrow - \sigma_{SH}^\downarrow) \quad (6)$$

なお常磁性状態では  $\sigma_{SH}^\uparrow = \sigma_{SH}^\downarrow = \sigma_{SH}/2$  である。ゆえに異常ホール伝導度の符号や大きさは、スピンホール伝導度の  $n$  依存性によって決まることがわかる。

この予想の成否を調べるため、強磁性状態の NRL-TB 模型に基づき Fe, Ni, Co の  $\sigma_{AH}$ ,  $\sigma_{SH}$  を計算し、式 (5)、(6) から  $\sigma_{SH}^\uparrow$ ,  $\sigma_{SH}^\downarrow$  を求めた。Fe, Ni および Co の異常ホール伝導度がそれぞれ  $806 [\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}]$ ,  $-1087 [\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}]$ ,  $341 [\Omega^{-1}\text{cm}^{-1}]$  と求められ、実験と良い一致を示す<sup>45)</sup>。図 4 に Fe, Ni, Co の  $\sigma_{SH}^\uparrow$ ,  $\sigma_{SH}^\downarrow$  を記した。横軸の位置はそれぞれ  $2n_\uparrow$ ,  $2n_\downarrow$  である。さらに図 4 には、「常磁性状態」を仮定した NRL-TB 模型で計算した 3d 金属のスピンホール伝導度を記した。得られた常磁性状態の  $\sigma_{SH}^{\text{para}}$  は  $d$  電子数  $n_d \sim 6.5$  を境に符号を変え、 $4d, 5d$  遷移金属の結果と同様の振舞いを示す。また Fe, Ni, Co の  $\sigma_{SH}^\uparrow$ ,  $\sigma_{SH}^\downarrow$  が、関係式  $2\sigma_{SH}^\uparrow \approx \sigma_{SH}^{\text{para}}(2n_\uparrow)$ ,  $2\sigma_{SH}^\downarrow \approx \sigma_{SH}^{\text{para}}(2n_\downarrow)$  を満足することがわかる。これは内因性異常ホール効果の起源が、スピンホール効果と同様軌道 AB 位相であることを意味する。

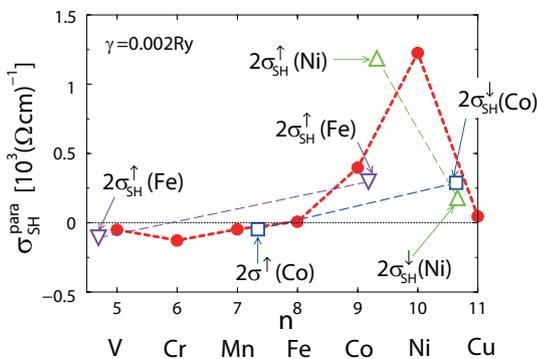


図 4 強磁性 NRL-TB 模型に基づく Fe, Ni, Co の  $\sigma_{SH}^\uparrow$  ( $\sigma = \uparrow, \downarrow$ )、および常磁性 NRL-TB 模型に基づく 3d 遷移金属のスピンホール伝導度  $\sigma_{SH}^{\text{para}}$  の計算結果<sup>45)</sup>。なお  $n_d \approx n - 1$  である。

最後に、パイロクロア結晶構造を持つ遍歴強磁性金属  $\text{Nd}_2\text{Mo}_2\text{O}_7$  ( $T_c = 93\text{K}$ ) の異常ホール効果について述べる<sup>46, 47, 48, 49, 50)</sup>。中性子散乱実験<sup>48)</sup>によると  $T_N \approx 30\text{K}$  で Nd の局在  $f$  電子がスピンアイス秩序と呼ばれる互いに傾いたスピン配置を示し、 $d$ - $f$  交換相互作用の結果、金属伝導を担う Mo の  $4d$  電子の強磁性モーメントが角度  $\theta$  だけ傾いた tilted ferromagnetism が  $T_N$  以下で実現する。図 5(a) に Mo の  $[111]$  面のカゴメ格子を示す。 $T_N$  以下で出現する顕著な異常ホール効果の変化は、Mo の巨視的磁化  $M_{\text{Mo}} \propto \cos \theta$  に比例する従来型の異常ホール効果では到底説明できず、「スピン構造がもたらす非従来型異常ホール効果」として注目を集めた。その起源が 3 スピンの立体角 ( $\propto \theta^2$ ) に  $\sigma_{\text{AH}}$  が比例するスピカイラリティー機構であるという主張<sup>47, 49)</sup> と、それでは説明できないという主張<sup>46, 48, 50)</sup> が時を同じくしてなされ、長年未解決であった。

その説明として富澤たちは軌道 AB 効果の理論を提唱した<sup>51)</sup>：軌道自由度を考慮すると、図 5(b) の三角形の経路を電子が一周する際に、各 Mo サイトで原子軌道の位相差に由来するベリー位相因子  $-\sqrt{3/2}\theta$  を獲得することがわかる。このベリー位相は、経路中を貫ぬく仮想磁束  $\Phi \propto \theta$  による AB 位相と類似しており、その出現条件は単に non-collinearity である。その結果、 $\theta$  に線形の顕著な異常ホール効果が登場する。 $\text{Nd}_2\text{Mo}_2\text{O}_7$  では  $\theta \ll 1$  であることから、上述のスピンカイラリティー機構よりも軌道機構が重要である<sup>51)</sup>。さらに  $T_N$  以下の「特異な異常ホール効果」は Nd の磁化  $M_{\text{Nd}}$  に比例するが、 $M_{\text{Nd}}$  と  $\theta$  は比例することから、軌道機構として自然に理解できることがわかった。近年では新物質開発の発展に伴い、フラストレート構造を有する遍歴電子系が数多く見つかっており、tilted ferromagnetism のような非自明な磁気秩序がもたらす（カイラリティー機構や軌道機構による）異常ホール効果の研究が進展すると期待される。

#### 5. 内因性ホール効果の半古典論的理解

遷移金属のスピンホール効果がバンド構造の詳細に依存しないことから、自由電子の海に  $d$  軌道が周期的に並んだ「周期アンダーソン模型」を考える。すなわち、伝導電子 ( $s$  電子) を自由電子として扱い、局在した  $d$  軌道と混成しつつ金属中を運動するという模型であり、遷移金属のバンド構造の本質をとらえた単純化である。波数ベクトル  $\mathbf{k}$  の平面波と角運動量  $|l, l_z\rangle = |2, m\rangle$  の  $d$  軌道との  $s$ - $d$  混成項は、内積  $\langle \mathbf{k} | l, l_z \rangle$ 、つまり  $d$  電子の波数表示の波動関数  $Y_2^m(\mathbf{k}) \propto \exp(im\phi_{\mathbf{k}})$  に比例する。ただし  $\phi_{\mathbf{k}} = \tan^{-1}(k_y/k_x)$  であり、その微分は  $\nabla_{\mathbf{k}}\phi_{\mathbf{k}} = (-k_y, k_x, 0)/(k_x^2 + k_y^2)$  である。ハミルトニアン  $\hat{H}_{\mathbf{k}}$  は  $s$ - $d$  混成項を含むことから、電流演算子  $\hat{J}_{\mathbf{k}} = e\nabla_{\mathbf{k}}\hat{H}_{\mathbf{k}}$  は原子軌道の位相に由来する、波数ベクトル  $\mathbf{k}$  に直交する「異常速度」を含み、内因性ホール効果と与

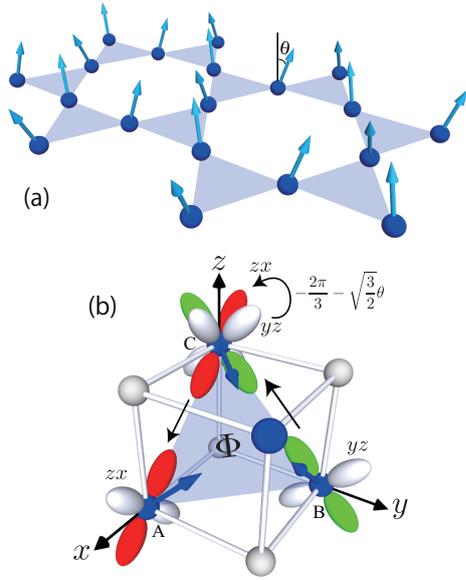


図5 (a)Nd<sub>2</sub>Mo<sub>2</sub>O<sub>7</sub> の(1,1,1)面上のカゴメ格子で実現する、角度θだけ tilt した強磁性状態。青丸は Mo サイトを表す。(b)Mo サイトで生じる軌道 Aharonov-Bohm 位相因子と有効磁束。

えることが紺谷・山田により示された<sup>9)</sup>。周期アンダーソン模型ではσ<sub>AH</sub>やσ<sub>SH</sub>が解析的に求まり、ホール効果の研究において大変有用である。

ここではd軌道の角運動量に着目した内因性ホール効果の半古典的考察を紹介しよう<sup>57)</sup>。90年代ごろまで内因性ホール効果が市民権を得るに至らなかった理由の一つに、半古典論に基づく直感的説明が無かったことがあげられるので、ここでその提示を行うことは意義深いであろう。周期アンダーソン模型を考える。平衡状態ではs→dという混成とd→sという混成は等確率で起きるため、n<sub>d</sub>は不変である。ここで、y方向に電場E<sub>y</sub>をかけて非平衡定常状態が成り立ったとしよう。図6(a)に、フェルミ準位のy依存性μ-eE<sub>y</sub>yと、d軌道の準位E<sub>d</sub>を示す。r<sub>d</sub>はd軌道の半径である。このとき、定常状態の要請よりn<sub>d</sub>は不変であるものの、場所y=+r<sub>d</sub>(y=-r<sub>d</sub>)ではs→d(d→s)という混成が優勢である。ここでフェルミ準位上のLS結合の期待値⟨l·s⟩<sub>μ</sub>、すなわちd軌道のスピン・軌道偏極率、が負であるとする。このとき、↑(↓)スピンの伝導電子は主にl<sub>z</sub>=-1(l<sub>z</sub>=+1)の軌道状態と混成する。s-d混成における角運動量保存則より、混成前後の伝導電子はd軌道の中心から見て、スピンに応じて角運動量±1を持つ。そのため、電場E<sub>y</sub>>0の場合には図6(b)に示すように、s-d混成により↑電子は-x方向の、↓電子は+x方向の運動量を受け、その結果-x方向にスピンの流れが流れる。つまり、⟨l·s⟩<sub>μ</sub>の符号と等しいスピンホール伝導度が生じる。フントの第3則より、⟨l·s⟩<sub>μ</sub>の符号はn<sub>d</sub><5では負、n<sub>d</sub>>5では正なので、スピンホール伝導度はn<sub>d</sub><5では負、n<sub>d</sub>>5

では正と結論される。より定量的な計算より、おおよ

$$\begin{aligned} \sigma_{SH} &\approx (e/4a) \cdot \langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{\mu} / \hbar^2 \\ &\approx 2 \times (\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{\mu} / \hbar^2) \times 10^3 \Omega^{-1} \text{cm}^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

と見積もられる<sup>57)</sup>。ただしa≈3Åは原子間隔である。

この機構では、電場と垂直な「異常速度」は電場下におけるスピンに依存した非対称なs-d混成から出現し、電子の不純物との衝突による緩和過程とは無関係である。よって、たとえ緩和時間τが発散しようとも、スピンホール伝導度はτとは無関係に一定値を取ることが分かる。周期アンダーソン模型では伝導電子とd軌道の混成は常に起きるが、並進対称性を持つので不純物が存在しない限りτ=∞である。なおここでの半古典論的説明と、前節で紹介した軌道AB効果に基づく説明は、ともにd軌道の角運動量の重要性を強調しており、本質は同じである。

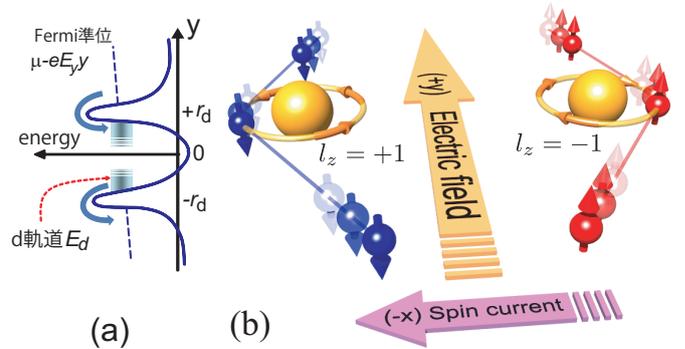


図6 (a)電場E<sub>y</sub>下の非平衡定常状態におけるフェルミ準位μ-eE<sub>y</sub>yと、d準位(virtual bound state)E<sub>d</sub>を記した。(b)周期アンダーソン模型におけるスピンホール効果の起源。混成の位置と角運動量保存則の要請より、入射および放出電子の速度ベクトルは電場方向から傾く。

## 6. クロスオーバー現象

これまで内因性ホール効果がバンド間励起の寿命ħ/Δ(Δはバンド分裂幅)に比例し、電子の緩和時間に依存しない、つまり不純物等によってスピン(異常)ホール伝導度に変化しないと述べてきた。しかしこれは、緩和時間τが十分長いときのみ正しい。論文<sup>9)</sup>により、τがħ/Δより短くなると、バンド間励起の寿命がτに律則されるためホール効果は減少することが示された。遷移金属ではΔは数千Kであり、緩和時間τ\*≡ħ/Δに対応する電気抵抗はρ\*~100μΩcmである。グリーン関数法に基づく解析によると、関係式σ<sub>SH(AH)</sub>∝(ρ\*<sup>2</sup>+ρ<sup>2</sup>)<sup>-1</sup>が得られる<sup>9)</sup>。すなわち内因性ホール効果はρ\*を境として、低抵抗領域でσ<sub>SH(AH)</sub>∝ρ<sup>0</sup>、高抵抗領域でσ<sub>SH(AH)</sub>∝ρ<sup>-m</sup>(m≈2)というクロスオーバー的挙動を示す<sup>53, 38)</sup>。つまり高抵抗領域では、正常ホール伝導度と同じスケール則を満たす。図7にTa, Wにおけるσ<sub>SH</sub>計算結果を示すが、mの正確な値は物質ごとのバン

ド構造の詳細に依存する。最近 Rashba 型 2DEG 模型において、やはり高抵抗領域で  $\sigma_{\text{AH}}$  が減少するクロスオーバー的挙動が見出だされた<sup>13)</sup>。ただし高抵抗領域の振る舞いは  $\rho^{-1.6}$  と、 $m = 2$  より小さいべきを報告している。

内因性ホール効果のクロスオーバー的挙動は、多くの重い電子系<sup>9)</sup> や遷移金属化合物<sup>54, 55)</sup> の異常ホール効果において観測されている。実験の解析で注意すべきことは、上記の理論で得られた  $m$  の値は (i) 電子密度一定の条件で、(ii)  $\rho \sim 100 \mu\Omega\text{cm}$  以上の高抵抗領域、(iii) かつ平均自由行程が格子間隔より長い条件下で得られたという点である。遷移金属で不純物原子ドーブにより電気抵抗を変化させた場合、往々に電子密度も変化してしまうため、 $m$  の導出に際して何らかの補正が必要であろう。なお最近  $\text{CrO}_2$  薄膜で  $m = 1.6$  を観測したという報告があったが<sup>56)</sup>、これは  $10 - 100 \mu\Omega\text{cm}$  の中間抵抗領域における値であり、高抵抗領域における  $m$  は 2 を超えている。

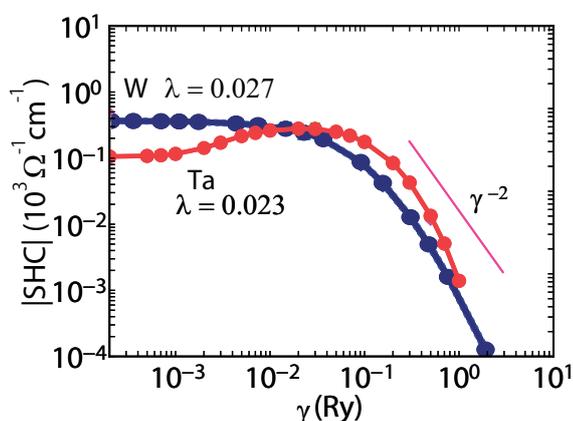


図7 Ta, W におけるスピホール伝導度の絶対値の  $\gamma (= \hbar/2\tau)$  依存性。  $\gamma \sim 0.05\text{Ry}$  ( $\rho \sim 100\mu\Omega\text{cm}$ ) を境に、それより低抵抗領域では  $\sigma_{\text{SH}} \sim \text{constant}$ 、高抵抗領域では  $\sigma_{\text{SH}} \propto \gamma^{-2} \propto \rho^{-2}$  が成り立つ。

最後に、内因性ホール伝導度の温度依存性について言及したい。フェルミ準位上の電子がもたらす通常の輸送現象では、緩和時間  $\tau$  の温度依存性を反映した温度変化が観測される。しかし内因性ホール効果はバンド間の電子・正孔励起に由来することから、 $T \ll \Delta \sim 1000\text{K}$  ではホール伝導度の温度依存性は小さい。NRL-TB 模型に基づく各種遷移金属の解析では、 $T = 0\text{K}$  と  $T = 1000\text{K}$  とのホール伝導度の温度変化は高々数 10% 程度であり、文献<sup>34)</sup> の実験結果と符合する。

## 7. 将来の展望

これまで遷移金属における内因性スピホール効果と異常ホール効果の包括的理解が可能であることを述べてきた。本章では関連する発展のうち、我々が重要だと考える 3 点について紹介したい。

### 7.1. 量子スピホール効果

本稿では金属における内因性ホール効果を扱ってきた。しかし 2005 年に Kane と Mele が、スピ軌道相互作用により絶縁体化したグラフェンで、スピホール伝導度が (ほぼ) 量子化した量子スピホール効果が発現することを理論的に示した<sup>44)</sup>。量子スピホール効果は、量子ホール効果のスピ版といえる。これらの絶縁体や半導体では試料端にスピ流を運ぶ特殊な金属状態が実現し、その状態は不純物等の散乱からトポロジカルに保護され、安定に存在すると期待される。最近では半導体 HgTe や、また Bi 合金など 3 次元物質の表面状態に発現する量子スピホール状態が理論的、実験的に盛んに研究されている。

### 7.2. 軌道ホール効果

遷移金属では電荷、スピンのみならず、 $d$  軌道の角運動量が電場と垂直方向に流れる「軌道ホール効果」の発現が理論的に予言される<sup>57)</sup>。軌道ホール効果は LS 結合を必要としないため、軌道ホール伝導度は異常 (スピ) ホール伝導度より一桁大きく、常に正である。論文<sup>57)</sup> で議論されているように、内因性ホール効果のうちで LS 結合を必要としない「軌道ホール効果」が最も本質的であり、スピ軌道偏極率  $(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})_{\mu}$  が有限のときには軌道流にスピ流が付随する結果、スピホール効果が発現すると考えることができる。つまり軌道ホール効果を中心に、異常・スピホール効果を含めた内因性ホール効果の統一的理解が可能である。現在、軌道ホール効果の実験的観測はまだ無いが、軌道ホール効果によって電場と平行な試料端に発生する  $d$  軌道角運動量の磁性を、Kerr 効果を用いた光学測定によって測定できる可能性がある。将来、スピホール効果より一桁大きな軌道ホール効果を用いた orbitronics 装置の実現が可能かもしれない。

### 7.3. 外因性機構について

不純物散乱と LS 結合から生じる外因性ホール効果のうち、スキュー散乱項は不純物ポテンシャルの 3 次の散乱項から出現する非対称散乱  $T(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \propto (\mathbf{k} \times \mathbf{k}')_z$  に由来し、ホール伝導度は  $\sigma_{\text{SH}}^{\text{skew}} \propto \tau^2/\tau_{\text{skew}}$  となる。ただし  $\tau_{\text{skew}}$  はスキュー散乱による緩和時間であり、全緩和時間  $\tau$  より必ず大きい。もし  $\tau_{\text{tot}} \sim \tau_{\text{skew}}$  なら  $\sigma_{\text{SH}}^{\text{skew}} \propto \tau \propto \rho^{-1}$  であり、低抵抗領域で大きな値を取りうる。最近、希土類元素<sup>58)</sup> や Fe<sup>59)</sup> などの磁性不純物を単純金属に少量ドーブすることで、スキュー散乱によって Pt を凌駕する巨大なスピホール効果が発現するという理論的予言がなされ、今後の実験的検証が期待される。

またサイドジャンプ項  $\sigma_{SH}^{sj}$  は、不純物ポテンシャルの角運動量に由来する異常速度が与えるホール効果であり、内因性効果と関連がある。最近我々は、単純金属中における遷移金属原子の不純物が与える  $\sigma_{SH}^{sj}$  が、内因性効果の式 (7) と符号や絶対値がほぼ一致するという、大変興味深い解析結果を得た<sup>60)</sup>。この事実は、内因性機構とサイドジャンプ項が (内因性、外因性の違いに関わらず) 大変密接な関係にあることを示唆し、多結晶遷移金属では両者の区別は事実上不可能かもしれない。

## 8. おわりに

遷移金属中の電子は電荷、スピンの加えて、d 軌道の自由度を獲得する。この真空中の電子には存在しない新自由度は、遷移金属化合物において様々な豊かな物理現象をもたらす。本稿では、遷移金属では d 軌道の位相に由来する有効磁場 (軌道 AB 効果) が発生するため、電荷やスピンの自由度が電場と垂直方向に流れる内因性ホール効果が発現することを説明してきた。強束縛模型に基づく網羅的な解析に基づき、スピンホール伝導度がスピン軌道偏極率  $\langle \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} \rangle_{\mu}$  に比例するという簡明な結果を得た。ゆえにスピンホール伝導度は d 電子数  $n_d$  の増大に従い、フントの第 3 則に従って負から正に変わる。さらに、遷移金属の異常ホール伝導度は  $\sigma_{SH}^{\uparrow}$  と  $\sigma_{SH}^{\downarrow}$  の差によって与えられる。このように、d 電子系における異常ホール効果、スピンホール効果が軌道 AB 効果の観点から統一的に理解できることが、ご理解いただけたのではないかと思います。本稿の最後までお付き合いいただいた読者賢兄に感謝しつつ、ここで筆をおきたい。

以上述べてきた仕事は Prof. Gerrit Bauer、山田耕作先生、田中拓郎氏、富澤剛氏、内藤聖之博士、内藤隆氏、大成誠一郎博士との共同研究に多くを負っており、この場を借りて感謝の意を表したいと思います。特に論文<sup>9)</sup> は、紺谷が山田耕作先生の指導のもとで修士論文としてまとめたものであり、深く感謝いたします。さらに大谷義近先生、木村崇先生、斎藤英治先生、佐藤正俊先生に実験に関する貴重な議論をしていただきました。また理論面では福山秀敏先生、川村光先生、Prof. J. Sinova、河野浩先生に有益な議論をいただき、ここに感謝いたします。

### 参考文献

- 1) E. H. Hall, Amer. J. Math. **2**, 287 (1879).
- 2) E. H. Hall, Philos. Mag. **19**, 301 (1880).
- 3) A. Kundt, Annalen der Phys. und Chemie, **49**, 257 (1893).
- 4) R. Karplus and J. M. Luttinger: Phys. Rev. **95** (1954) 1154.
- 5) J. Smit: Physica **24** (1958) 39.
- 6) L. Berger, Phys. Rev. B **2** (1970) 4559.
- 7) J. M. Ziman: *Electrons and Phonons* (Clarendon, Oxford, 1960).

- 8) なお電子相関が強い金属では電子間散乱効果 (バーテックス補正) が重要になり、単純な  $\tau$  のスケール則はしばしば破綻する; H. Kontani, Rep. Prog. Phys. **71** (2008) 026501.
- 9) H. Kontani and K. Yamada: J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994) 2627.
- 10) Y. Yao, L. Kleinman, A.H. MacDonald, J. Sinova, T. Jungwirth, D.S. Wang, E. Wang and Q. Niu: Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 037204.
- 11) Z. Fang, N. Nagaosa, K. Takahashi, A. Asamitsu, R. Mathieu, T. Ogasawara, H. Yamada, M. Kawasaki, Y. Tokura, and K. Terakura, Science **302** (2003) 92.
- 12) X. Wang, D. Vanderbilt, J. R. Yates, and I. Souza, Phys. Rev. B **76**, 195109 (2007).
- 13) N. Nagaosa, J. Sinova, S. Onoda, A.H. MacDonald, and N.P. Ong, arXiv:0904.4154.
- 14) M. I. Dyakonov et al., Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pis'ma Red. **13**, 657 (1971).
- 15) J. E. Hirsh et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 1834 (1999).
- 16) S. Takahashi et al., J. Phys. Soc. Jpn. **77**, 031009 (2008).
- 17) G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
- 18) E. I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela **2**, 1224 (1960) [Sov. Phys. Solid State **2**, 1109 (1960)].
- 19) Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 66 (1984) [JETP Lett. **39**, 78 (1984)].
- 20) S. Murakami, N. Nagaosa, and S. C. Zhang, Science **301**, 1348 (2003).
- 21) J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald: Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 126603.
- 22) 村上修一: 日本物理学会誌 **62** (2007) 2.
- 23) J. Inoue, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, Phys. Rev. B **70** (2004) 041303(R).
- 24) J. Inoue, T. Kato, Y. Ishikawa, H. Itoh, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, Phys. Rev. Lett., **97**, 046604 (2006).
- 25) T. Kato, Y. Ishikawa, H. Itoh, and J. Inoue, New J. Phys. **9**, 350 (2007).
- 26) T. Kato, Y. Ishikawa, H. Itoh, and J. Inoue, Phys. Rev. B **77**, 233404 (2008).
- 27) S. Murakami, Phys. Rev. B **69**, 241202(R)(2004).
- 28) B. A. Bernevig and S-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **95**, 16801 (2005).
- 29) J. Inoue, T. Kato, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, Semicond. Sci. Technol. **24**, 064003 (2009).
- 30) Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, Science **306**, 1910 (2004).
- 31) J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, Phys. Rev. Lett. **94**, 047204 (2005).
- 32) H. Kontani, J. Goryo, and D. S. Hirashima: Phys. Rev. Lett. **102**, 086602 (2009).
- 33) E. Saitoh, M. Ueda, H. Miyajima and G. Tatara, Appl. Phys. Lett. **88** (2006) 182509.
- 34) T. Kimura, Y. Otani, T. Sato, S. Takahashi, and S. Maekawa: Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 156601; L. Vila, T. Kimura, and Y. Otani, Phys. Rev. Lett. **99** (2007) 226604.

35) H. Kontani, T. Tanaka, D.S. Hirashima, K. Yamada, and J. Inoue, Phys. Rev. Lett. **100**, 096601 (2008).

36) G.Y. Guo, S. Murakami, T.-W. Chen, N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **100**, 096401 (2008).

37) H. Kontani, M. Naito, D.S. Hirashima, K. Yamada, and J. Inoue: J. Phys. Soc. Jpn. **76** (2007) 103702.

38) T. Tanaka, H. Kontani, M. Naito, T. Naito, D. S. Hirashima, K. Yamada, and J. Inoue, Phys. Rev. B **77**, 165117 (2008).

39) K.K. Ng and M. Sigrist., Europhys. Lett. **49**, 473 (2000).

40) M.J. Mehl and D.A. Papaconstantopoulos: Phys. Rev. B **54** (1996) 4519.

41) F. Herman and S. Skillman, *Atomic Structure Calculations* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963).

42) 木村崇、大谷義近：日本物理学会誌 **63** (2008) 862.

43) S. Onari, Y. Ishikawa, H. Kontani, and J. Inoue, Phys. Rev. B **78**, 121403(R) (2008).

44) C.L. Kane and E.J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 226801 (2005).

45) T. Naito, D. S. Hirashima, and H. Kontani: unpublished.

46) S. Yoshii, S. Iikubo, T. Kageyama, K. Oda, Y. Kondo, K. Murata, and M. Sato, J. Phys. Soc. Jpn. **69** (2000) 3777.

47) Y. Taguchi and Y. Tokura, Europhys. Lett. **54** (2001) 401.

48) Y. Yasui, Y. Kondo, M. Kanada, M. Ito, H. Harashina, M. Sato, and K. Kakurai, J. Phys. Soc. Jpn. **70** (2001) 284.

49) Y. Taguchi, T. Sasaki, S. Awaji, Y. Iwasa, T. Tayama, T. Sakakibara, S. Iguchi, T. Ito, and Y. Tokura, Phys. Rev. Lett. **90**, 257202 (2003).

50) Y. Yasui, T. Kageyama, T. Moyoshi, M. Soda, M. Sato and K. Kakurai, J. Phys. Soc. Jpn. **75** (2006) 084711; 中性子散乱によると  $\langle \theta^2 \rangle$  は  $\sim 3$  Tesla で極小値をとり、異常ホール効果の磁場依存性とは相いれないことが示された。

51) T. Tomizawa and H. Kontani, Phys. Rev. B **80**, 100401(R) (2009);  $\text{Nd}_2\text{Mo}_2\text{O}_7$  の異常ホール伝導度は、軌道効果の項は  $\lambda J_{df}/\Delta$ 、カイラリティー効果の項は  $(J_{df})^2/\Delta$  である。  $J_{df} \sim 10\text{K}$  は  $d$ - $f$  交換相互作用、  $\lambda \sim 1000\text{K}$  は Mo の LS 結合定数であり、  $\text{Nd}_2\text{Mo}_2\text{O}_7$  では軌道効果が大きいと考えられる。なお  $E \sim 1000\text{K}$  を強磁性交換磁場として、  $|\theta| \sim J_{df}/E \ll 1$  である。

52) 永長直人：日本物理学会誌 **59** (2004) 520.

53) H. Kontani, T. Tanaka and K. Yamada, Phys. Rev. B **75**, 184416 (2007).

54) T. Miyasato, N. Abe, T. Fujii, A. Asamitsu, S. Onoda, Y. Onose, N. Nagaosa, and Y. Tokura, Phys. Rev. Lett. **99**, 086602 (2007).

55) D. Satoh, K. Okamoto, and T. Katsufuji, Phys. Rev. B **77**, 121201(R) (2008).

56) W. R. Branford, K. A. Yates, E. Barkhoudarov, J. D. Moore, K. Morrison, F. Magnus, Y. Miyoshi, P. M. Sousa, O. Conde, A. J. Silvestre, and L. F. Cohen, Phys. Rev. Lett. **102**, 227201 (2009).

57) H. Kontani, T. Tanaka, D. S. Hirashima, K. Yamada, and J. Inoue, Phys. Rev. Lett. **102**, 016601 (2009).

58) T. Tanaka and H. Kontani, New J. Phys. **11** (2009) 013023.

59) G.Y. Guo, S. Maekawa, and N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **102**, 036401 (2009).

60) T. Tanaka and H. Kontani: unpublished.

## 著者紹介



紺谷浩：物性理論、強相関電子系、輸送現象。



平島大：物性理論、強相関電子系、量子液体。



井上順一郎：物性理論、メゾスコピック物理、スピントロニクス。

(2010年4月12日原稿受付)

## Anomalous Hall effect and spin Hall effect in transition metals

Hiroshi Kontani, Dai S. Hirashima, and Jun-ichiro Inoue

abstract: In metals, various kinds of Hall effects emerge, in addition to normal Hall effect under magnetic field. One example is the anomalous Hall effect in ferromagnets, and another example is the spin Hall effect in paramagnetic metals. These unconventional Hall effects without magnetic field have been attracting increasing attention, in terms of both fundamental interest and spintronics architecture. In this review article, we discuss the recent progress in intrinsic Hall effect that is essentially independent of randomness or impurities. We explain that the origin of commonly-observed giant intrinsic Hall effect in transition metals is the Berry phase induced by the  $d$ -orbital degrees of freedom.